

Пет најцитиранијих радова
Раде Т. Живаљевић
Кандидат за дописног члана САНУ

Google Scholar, **GS** > **350** за 5 најцитиранијих радова
Web of Science, **WS** = **161** за 5 најцитиранијих радова
(Web of Science цитати до 2009)
MatSciNet, **MSN** = **140** за 5 najcitiranijih radova

- [1] G. Ziegler, R. Živaljević, Homotopy types of subspace arrangements via diagrams of spaces, *Mathematische Annalen*, 295:527–548, 1993.

GS = 97, WS = 43 (2009), MSN = 38

- [2] R. Živaljević, S. Vrećica, The colored Tverberg's problem and complexes of injective functions, *J. Combin. Theory, Ser. A* 61 (2), 1992, 309–318.

GS = 83, WS = 44 (2009), MSN = 35

- [3] A. Björner, L. Lovász, S. Vrećica, and R. Živaljević, Chessboard and matching complexes, *J. London Math. Soc.* (2), 49:25–39, 1994.

GS = 78, WS = 36 (2009), MSN = 32

- [4] V. Welker, G. Ziegler, R. Živaljević, Homotopy colimits – comparison lemmas for combinatorial applications, *J. Reine Angew. Math.*, 509 (1999), 117–149.

GS = 57, WS = 21 (2009), MSN = 17

- [5] R. Živaljević, S. Vrećica An extension of the ham sandwich theorem. *Bull. London Math. Soc.* vol. 22, 1990, pp. 183–186.

GS = 44, WS = 17 (2009), MSN = 18

Напомена: Тренутни подаци за *Google Scholar* су вероватно нешто већи од наведених. Подаци за *Web of Science* су базирани на резултатима за 2009 (*ISI Web of Knowledge*) јер КОБСОН (Конзорцијум библиотека Србије за обједињену набавку) тренутно даје рестриktivнији приступ (нпр. радови [1] и [2] нису уопште доступни јер су публиковани пре 1996. године). *MatSciNet* подаци су базирани на претрази из Математичког института САНУ.

Кратки прикази изабраних радова

[1] Homotopy types of subspace arrangements via diagrams of spaces, *Mathematische Annalen*, 295:527–548, 1993.

Ово је најцитиранији рад оба коаутора. У њему се оригинално појављују тзв. Ziegler-Živaljević формуле за анализу хомотопских типова простора који се јављају у комбинаторици и дискретној геометрији. Основна идеја је да се хомотопски тип (аранжмана, стратификованог простора, конфигурационог простора, итд.) интерпретира као хомотопски колимес (homotopy colimit) који се онда одређује техникама развијеним у алгебарској топологији за изучавање хомотопских типова простора у стабилној теорији хомотопије и теорији спектра.

$$(1) \quad \text{hocolim}_P \mathcal{D} \simeq \bigvee_{p \in P} \Delta(P_{<p}) * D_p$$

Једна посебно корисна класа тих формула (1) добија се уколико је примењива тзв. Wedge Lemma која је сама по себи била нови резултат о хомотопским колимесима доказан у [1]. Међу последицама Ziegler-Živaljević формула су и познате формуле за (ко)хомологију комплемената афиних аранжмана које се оригинално добили Mark Goresky и Robert MacPherson (Institute for Advanced Study, Princeton) методама стратификоване Морсове теорије. Касније се показало да се и многи други резултати добијају овим техникама, нпр. и позната Hochster-ова теорема о ранговима торзионих модула Stanley-Reisner прстенова симплицијалних комплекса.

Ziegler-Živaljević формуле су биле тема више монографија, међународних конференција, пленарних предавања на међународним конгресима и научних радионица и данас су препознате као фундаментални допринос тополошкој и геометријској комбинаторици.

[2] The colored Tverberg's problem and complexes of injective functions, *J. Combin. Theory, Ser. A* 61 (2), 1992, 309–318.

У проблемима Тверберговог типа задани коначан скуп $C \subset \mathbb{R}^d$ потребно је разбити $C = C_1 \cup \dots \cup C_k$ тако да је пресек асоцираних конвексних омогача непразан $\bigcap_{i=1}^k \text{conv}(C_i) \neq \emptyset$ (Н. Тверберг (1966), В.Ј. Бирч (1959), Ј. Радон (1921)). Раних деведесетих година прошлог века неколико група математичара (I. Bárány, Z. Füredi, L. Lovász (1990); I Bárány, D.G. Larman (1990); N. Alon, I Bárány, Z. Füredi, D. Kleitman (1992)) долази на идеју да би могла постојати рафинирана и знатно комплекснија „обојена“ верзија фундаменталне Твербергове теореме из 1966 године. Њихова хипотеза (Colored Tverberg Problem) била је мотивисана многобројним применама које би таква теорема имала у дискретној и рачунарској геометрији. Поред осталог показано је да би „Обојена Твербергова теорема“ имала за последицу потврдан одговор на “point selection problem”, “weak ϵ -net problem”, “hitting set problem” (Alon, Bárány, Füredi, Kleitman (1992)) као и “halving set problem” и “ k -set problem” (Bárány, Z. Füredi, L. Lovász (1990)).

У раду [2] Р. Живаљевић и С. Врећница су методама алгебарске топологије (еквиваријантна теорија опструкција) решили “Colored Tverberg problem” и

самим тим и све остале горе наведене проблеме. Означају овог достигнућа сведочи и то да су међу ауторима горе наведених хипотеза и отворених проблема светски математичари првог ранга као што су Noga Alon (chair, ICM 2006 Program Committee) и László Lovász (president, IMU Executive Committee 2007-2010) .

[3] Chessboard and matching complexes, *J. London Math. Soc.*, 49:25–39, 1994.

Изучавање симплицијалних комплекса графова важан је метод у геометријско-тополошком приступу комбинаторним проблемима (L. Lovasz, A. Björner). Рад [3] је један од најцитиранијих радова из ове области (видети Главу 11 у монографији J. Jonsson, *Simplicial Complexes of Graphs*, Springer LNM 1928 (2008)). У раду се анализира комбинаторика и топологија тзв. „шаховских комплекса“ $\Delta_{m,n}$ који се у комбинаторици појављују у много инкарнација као вероватно најзначајнији граф-комплекс Коксетеровог типа. Међу резултатима издвајају се добре оцене за тополошку повезаност шаховских комплекса и других комплекса сродног типа (k -hypergraph matching complexes). Међу последицама издвајамо пример, везан за теорију Stanley-Reisner-ових прстенова, којим се показује да дубина (depth) ових прстенова у општем случају зависи од карактеристике изабраног поља.

[4] Homotopy colimits – comparison lemmas for combinatorial applications , *J. Reine Angew. Math.*, 509 (1999), 117–149.

Овај рад је посвећен разради, генерализацији и систематизацији идеја и резултата из рада [1]. Основни објект изучавања је и даље хомотопски колимес дијаграма $\mathcal{D} : \mathcal{C} \rightarrow \text{Top}$ тополошких простора али је за разлику од [1] индексни скуп \mathcal{C} било каква мала категорија. Ова тачка гледишта има предност у томе што укључује у себи као граничне случајеве случај коначних парцијалних уређења ($\mathcal{C} = \mathcal{P}$) и случај дејства група ($\mathcal{C} = \mathcal{G}$). Примене укључују генерализацију Björner-ове „теореме о хомотопској комплементацији“, анализу торусних дијаграма са применама на торусне варијетете, општу комбинаторну формулу за хомологију Грасманових аранжмана и анализу хомотопских типова групних комплекса. Овај рад је заједно са [1] утицао на велико ширење хомотопских техника у комбинаторици и служи као основна референца у целој области. Последњих година све више тополога (Bahri, Bendersky, Cohen, Gitler, Buchstber, Panov, Notbohm, Ray, Vogt) цитира радове [4] и [1] у контексту примена топологије, али и у чисто тополошким пројектима (polyhedral product functors, moment-angle complexes).

[5] An extension of the ham sandwich theorem. *Bull. London Math. Soc.* vol. 22, 1990, pp. 183–186.

Ово је први рад у коме Р. Живаљевић и С. Врећица примењују алгебарско-тополошке методе (теорија векторских раслојења и карактеристичних кохомолошких класа) на проблеме дискретне и рачунарске геометрије. У раду је доказана тзв. „теорема о централној трансверзали“ (Center Transversal Theorem) која као граничне случајеве садржи два класична резултата комбинаторне геометрије “Ham sandwich theorem” (H. Steinhaus, S. Banach (1938)) и “Center point theorem” (R. Rado (1946)).

Изабрана истакнута цитирања

1 Цитирања на светским и европским конгресима

International Congress of Mathematicians (Zürich 1994)

- Victor A. Vassiliev: Topology of discriminants and their complements (Invited One-Hour Addresses at the Plenary Sessions).

На страни 222 (Теорема 6) формулише се једна од последица Ziegler-Živaljević формула из рада [1], касније разрађених и генералисаних у раду [4]. У референцама се цитира Report No. 10 (1991/1992), Inst. Mittag-Leffler, 1991, препринт рада [1].

- Zoltán Füredi: Extremal hypergraphs and combinatorial geometry (Invited Forty-Five Minute Addresses at the Section Meetings (Section Combinatorics)).

Цитира се решење „Обојеног Тверберговог проблема“ из рада [2].

- Gil Kalai: Combinatorics and convexity (Invited Forty-Five Minute Addresses at the Section Meetings (Section Combinatorics)).

Цитира се решење „Обојеног Тверберговог проблема“ из рада [2].

First European Congress of Mathematics (Paris 1992)

- Anders Björner: Subspace Arrangements (Invited Lecture).

Цитира се рад [1].

2 Цитирања у научним монографијама

- (1) Jiří Matoušek, “Using the Borsuk-Ulam Theorem; Lectures on Topological Methods in Combinatorics”, Springer 2003.

Према речима аутора, познатог чешког математичара Јиржи Матоушека, монографија је написана у значајној мери као експозиција решења "Обојеног Тверберговог проблема" датог у раду [2]:

- “... At that time, many notions from [2] were alien to me. More precisely I couldn't understand a thing. As a good way of learning I chose to teach a course that would start from the basics and culminate by a full proof of (Colored Tverberg) theorem. This book is a late spinoff of that effort, and so with some exaggeration, one can consider all the previous sections a leisurely introduction to the proof of colored Tverberg.”

Google Scholar даје 276 цитата за ову монографију а име „Живаљевић“ се у њој наводи 41 пут (14 пута у референцама). Ово је лако разумети у светлу објашњења датог у уводу књиге да ”... the presentation in the current version owes very much to the recent handbook chapter of Živaljević¹”.

- (2) Emanuele Delucchi, “Combinatorics of Covers of Complexified Hyperplane Arrangements”, поглавље у монографији *Arrangements, Local Systems and Singularities, CIMPA Summer School, Galatasaray University, Istanbul, 2007 (Birkhäuser 2010)*.

Као што се види из приложеног апстракта ово поглавље се у целини базира на резултатима радова [1] и [4].

- *Abstract. This is a survey of combinatorial models for covering spaces of the complement of a complexified hyperplane arrangement. We obtain a unified picture of the subject, and a generalization of various known results, by exploiting the toolkit of homotopy colimits for combinatorial applications developed by Welker, Ziegler and Živaljević.*

3 Цитирања у водећим журналима

Међу цитатима за 5 најцитиранијих радова (GS = 348, WS = 161, MSN = 140), велики број је у изузетно високо рангирним светским часописима (*Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States (IF = 9,771)*, *Journal of the American Mathematical Society (IF = 3,411)*, *Inventiones Mathematicae (IF = 2,443)*, *Mathematische Annalen*, *Advances in Mathematics*, *Transactions of the American Mathematical Society*, *Uspekhi Mat. Nauk (Russian Math. Surveys)*, *Geometric and Functional Analysis*, *SIAM Journal on Computing*, *Journal of Topology*), као и другим високо ранжираним журналима.

За ову прилику издвајамо само један од ових цитата. Журнал *Notices of the American Mathematical Society* је на [www-страни](http://www.ams.org/notices/about.html) Америчког математичког друштва

<http://www.ams.org/notices/about.html>

с правом представљен као “the world’s most widely read magazine aimed at professional mathematicians”.

У овогодишњем (2011) априлском броју часописа, у чланку “3N Colored Points in a Plane”, G. Ziegler даје приказ најновијег достигнућа везаног за Colored Tverberg Problem. Двадесет година после решења који су дали Живаљевић и Врећица (видети приказ рада [2]), Павле Благојевић, Гинтер Циглер и Бенџамин Машке су успели да добију тачне доње оцене у великом броју важних случајева ове теореме. За успоредбу кажимо да су Живаљевић и Врећица добили тачне оцене у тзв. случају Б Обојене Твербергове теореме, док је резултат Благојевића, Циглера и Машкеа односи на случај А овог резултата (видети чланак

¹ R. Živaljević, Topological methods, Chapter 11 in *CRC Handbook of Discrete and Computational Geometry*, J.E. Goodman, J. O’Rourke eds., CRC press, New York 1997 (GS = 54, MSN=18).

R. Živaljević, S. Vrećica, Chessboard complexes indomitable, Journal of Combinatorial Theory, Series A 118 (2011) 2157-2166).

Појачање овако познатог и важног резултата је примљено са великом пажњом (отуд и појава Циглеровог чланка у журналу Notices A. M. S.). Сам чланак је био прилика да се да и кратак приказ историје везан за резултате Тверберговог типа. О доприносу Живаљевића и Врећице, Циглер каже и следеће:

- “... This was answered by a breakthrough paper by Rade Živaljević and Siniša Vrećica from Belgrade, Yugoslavia, published in 1992. They introduced new concepts and methods to topological combinatorics (in particular, chessboard complexes) and thus could show that the colored Tverberg, in the version just given, holds for $t \geq 2r - 1$, if r is a prime, and thus also for $t \geq 4r - 3$ and all $r \geq 2$, due to Bertrands postulate that there is always a prime between n and $2n$ [1, Chap. 2].

Živaljević and Vrećicas breakthrough got a lot of attention. In particular, Jiří Matoušek in Prague was so excited that he gave a course that eventually led to the textbook [13] mentioned before, which develops all the mathematics from scratch that is needed to arrive eventually, in the last section of the book, at the Živaljević-Vrećica proof of the colored Tverberg theorem.”

Имајући у виду да је колега Павле Благојевић урадио своју докторску дисертацију у Београду под руководством Радета Живаљевића, да је стално запослен у Математичком институту САНУ, као и да припада школи коју су основали у Београду Живаљевић и Врећица, може се констатовати да је и његов допринос решавању Обојеног Тверберговог проблема потврдио висок међународни престиж београдске групе за тополошку комбинаторику и дискретну и рачунарску геометрију.

4 Цитирања на конференцијама

- Workshop on Topological Methods in Combinatorics, KTH Stockholm, May 31 - Friday June 2, 2006.

Ова конференција је делом свог програма обележила 15-годишњицу појаве Ziegler-Živaljević-формула (радови [1] и [4]) пригодним предавањима (Torsten Ekedahl, “Ziegler-Živaljević algebraicized” и Wojciech Chacholski, “Generalized homotopy colimits for combinatorialists”). Р. Живаљевић је тим поводом одржао уводно предавање на Mittag-Leffler-институту.

5 Цитирања у медијима

(1) Ziegler-Živaljević-еве формуле (из радова [1] и [4]) појавиле су се у средствима јавног информисања у Немачкој у јануару 2001. године у оквиру вести о додели “Gottfried Wilhelm Leibniz”-ове награде Гинтеру Циглеру (коаутору Ziegler-Živaljević-формула). Лајбницева награда је најзначајније немачко научно признање² које се сваке године додељује за најистакнутије доприносе из свих области

²У немачким медијима Лајбницева награда се понекада популарно представља као „Немачка Нобелова награда”.

природних и друштвених наука; поред осталих ову награду су добили и Gerd Faltings, Jürgen Habermas, Julius Wess и многи други. У званичном коминикеу за јавност (DFG Press Release No. 53, 2000) наведено је да су два најзначајнија доприноса који су издвојили Г. Циглера као добитника ове награде, Björner-Ziegler метод и Ziegler-Živaljević формуле, видети нпр.,

http://www.dfg.de/en/news/press_releases/2000/press_release_2000_53.html

(2) О значају Циглер-Живаљевићевих формула (радови [1] и [4]) сведочи и податак да су оба коаутора уврштена међу четрдесетак репрезентативних математичара који су у разним периодима боравили на Mittag-Leffler институту у Стокхолму, изабраних да сведоче о значају који је “The Institut Mittag-Leffler experience” имало за њихов научни рад. Међу изабраним математичарима се налазе и таква имена као што су Enrico Bombieri, Sigurdur Helgason, Donald Knuth, George Lusztig, Paul Malliavin, Benoit Mandelbrot, André Weil, и др.

<http://www.mittag-leffler.se/info/experience/>

а у оквиру презентације Р. Живаљевића репродуковане су и оригиналне фолије у којима је он у јесен 1991. године на Mittag-Leffler институту по први пут јавно представио Ziegler-Živaljević-формуле.

(3) Рад [5] недавно је цитиран (као *hyperlink*) у чланку “Researchers solve ham sandwich mystery” објављеном 9. маја 2011 у научној секцији познатог недељника *Guardian*,

[http://www.guardian.co.uk/education/2011/may/09/ham-sandwich-maths-research.](http://www.guardian.co.uk/education/2011/may/09/ham-sandwich-maths-research)